Число получаем сложением двух сверху

Биномиальные к-ты

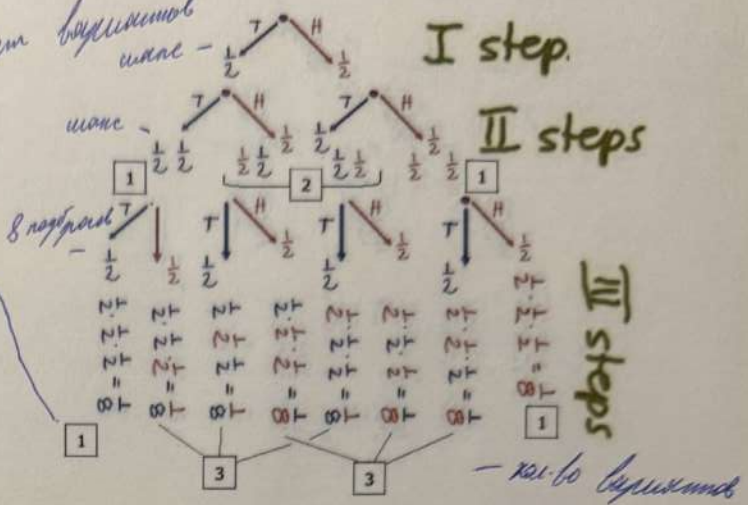
Монетка

Подсчет вариантов

Pascal's triangle

1								1
1	1							2
1	2	1						4
1	3	3	1					8
1	4	6	4	1				16
1	5	10	10	5	1			32
1	6	15	20	15	6	1		64
1	7	21	35	35	21	7	1	128

$(a+b)^5 = 1, 5, 10, 10, 5, 1$



$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$
$$(a+b)^5 = a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

Newton's Binomial

Сколькими способами можно получить k орлов из n бросков?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Если 3 броска, то:

0 орлов = $C_3^0 = 1$

1 орел = $C_3^1 = 3$

2 орла = $C_3^2 = 3$

3 орла = $C_3^3 = 1$

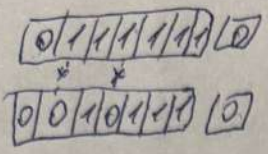
$\Rightarrow 1, 3, 3, 1$

Монетка → дерево вероятностей → ~~коды из них вероятности~~ Биномиал. к-ты →
кол-во вариантов событий,
распределение вероятности → информация и энтропия

1 000 000 bit

$p = 0,9$

$0 \xrightarrow{s} 0 \xrightarrow{t} \begin{matrix} f \rightarrow 1 \\ f = 0,1 \end{matrix}$



$0 \xrightarrow{t} 000 \Rightarrow$

$111 \rightarrow 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,0001$

$110 \rightarrow 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,009$

$101 \rightarrow 0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,009$

$011 \rightarrow 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,009$

$0,028 \leftarrow$

$0,972$

$000 \rightarrow 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729$

$001 \rightarrow 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,081$

$010 \rightarrow 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,081$

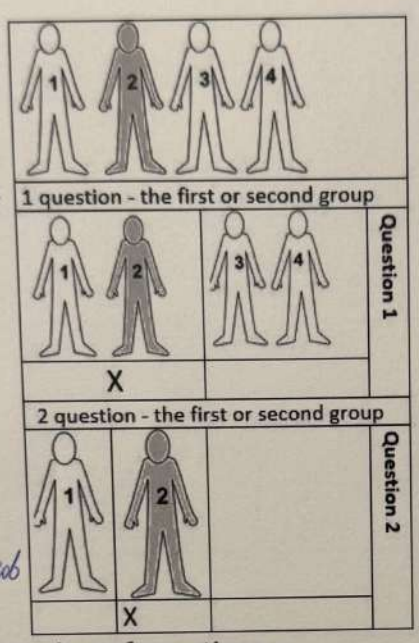
$100 \rightarrow 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,081$

Say **NO** to the **first**

Say **YES** to the **second** if it is better than the first

Say **NO** to the **third** only if it is worse than all the others

Все через "да/нет" = бинарные решения



Average number of questions =

1*0.5+	2*0.25+	3*0,125+	3*0,125
			

Question 1. Is this Zuckerberg?	 50%	1*0.5
Question 2. Is this Sergey Brin?	 25%	2*0.25
Question 3. Is this Stefan from BMW?	 12,5%	3*0,125
So Prince Saud	 12,5%	3*0,125
Average number of questions =		**1,75**

Average number of questions =

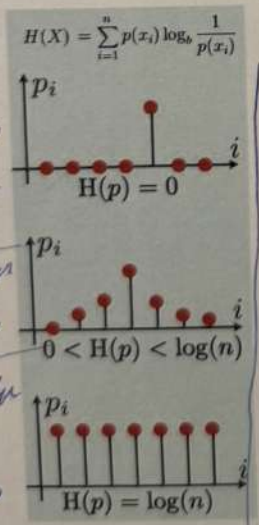
2*0.25+ 2*0.25+ 2*0,25+ 2*0,25 =2

Энтропия

1) Событие заранее полностью неопределенное, нет инф. никакой

Вер-ти неравномерная есть неопределенность

Вер-ти одинаковы макс - неопр-ть инф. больше всего



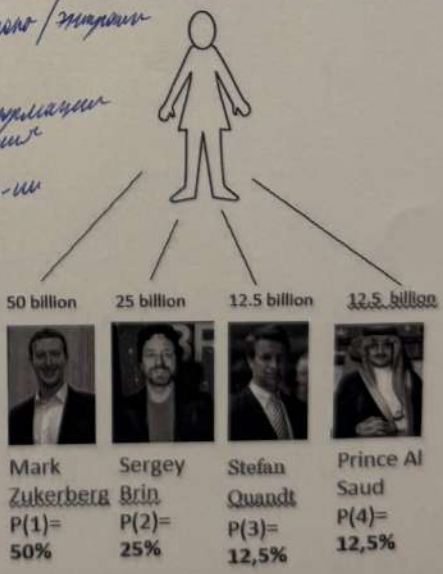
$$\sum_{i=1}^{n} p(i) \log_2 \frac{1}{p(i)}$$

Quantifying information

$$I(x_i) = \log_2\left(\frac{1}{p_i}\right)$$

number of bits required to encode choice

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\, I(x_i)$$

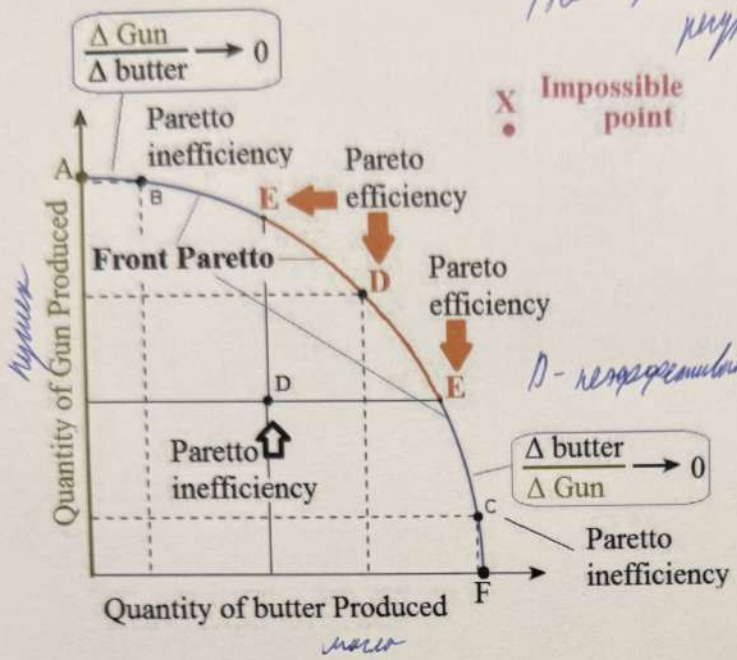


Чем событие менее вероятно, тем больше информации оно несет

50% - 1 бит (1 вопрос)

25% - 2 бита

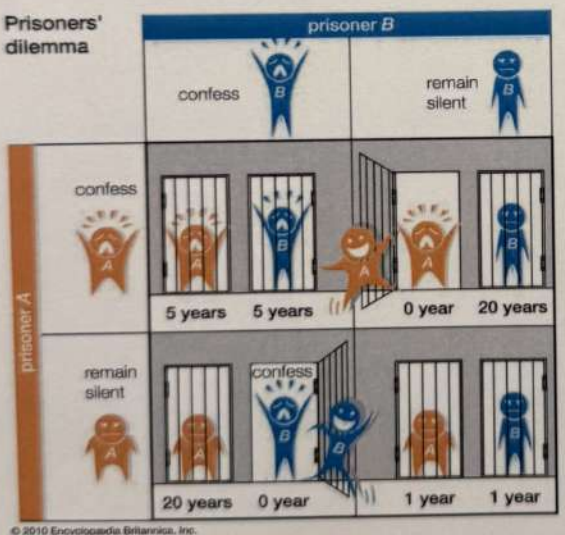
12,5% - 3 бита



by Vilfredo Pareto

1848-1923

The orange sector E-D-E is the most Pareto efficient - since an increase in one indicator leads to a decrease in another.



** => Nash equilibrium

$H_2(x)$ / $H_1(x)$	Player 2	Recognition;	Non-recognition;
Player 1		1	2
Recognition;	1	* -5	-20 / 0
Non-recognition;	2	-5 * / -20	0 / -1 / -1

-1-1

Pareto Optimality

Resume of Lecture by Pr. Bob Gallagher from MIT

Massachusetts Institute of Technology (MIT)

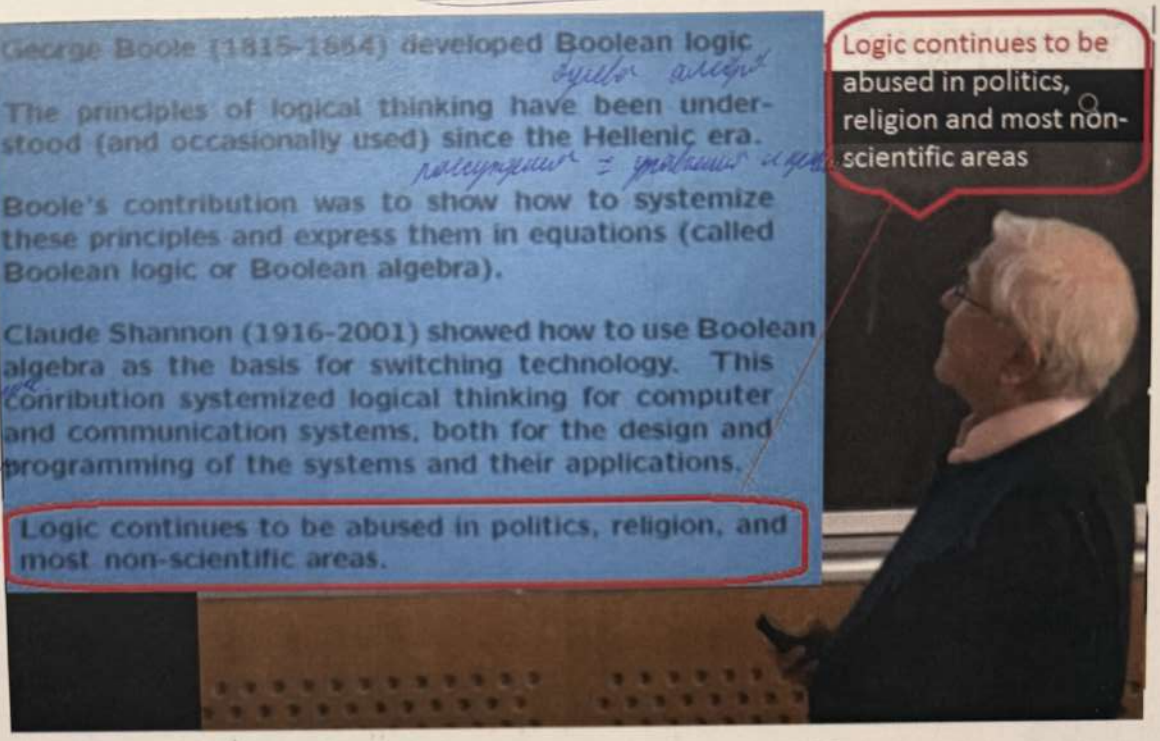
George Boole (1815-1864) developed Boolean logic

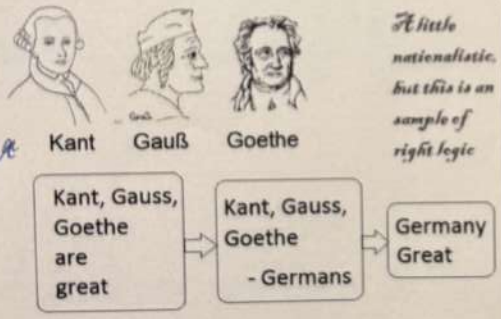
The principles of logical thinking have been understood (and occasionally used) since the Hellenic era.

Boole's contribution was to show how to systemize these principles and express them in equations (called Boolean logic or Boolean algebra).

Claude Shannon (1916-2001) showed how to use Boolean algebra as the basis for switching technology. This contribution systemized logical thinking for computer and communication systems, both for the design and programming of the systems and their applications.

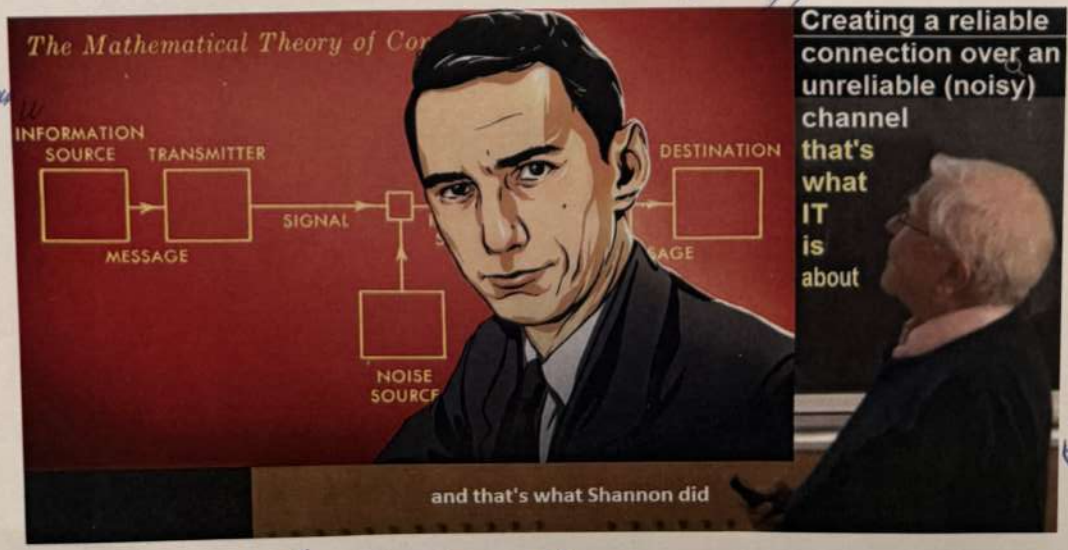
Logic continues to be abused in politics, religion, and most non-scientific areas.

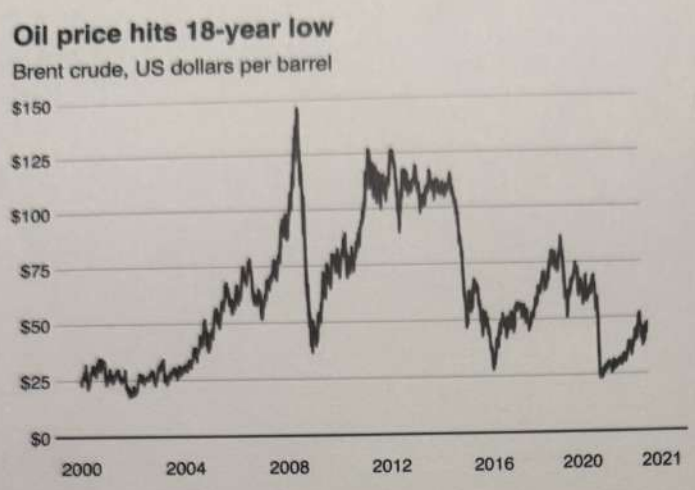


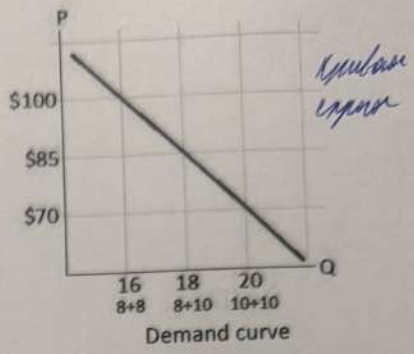


A little nationalistic, but this is an sample of right logic

Bad logic (abuse of logic)

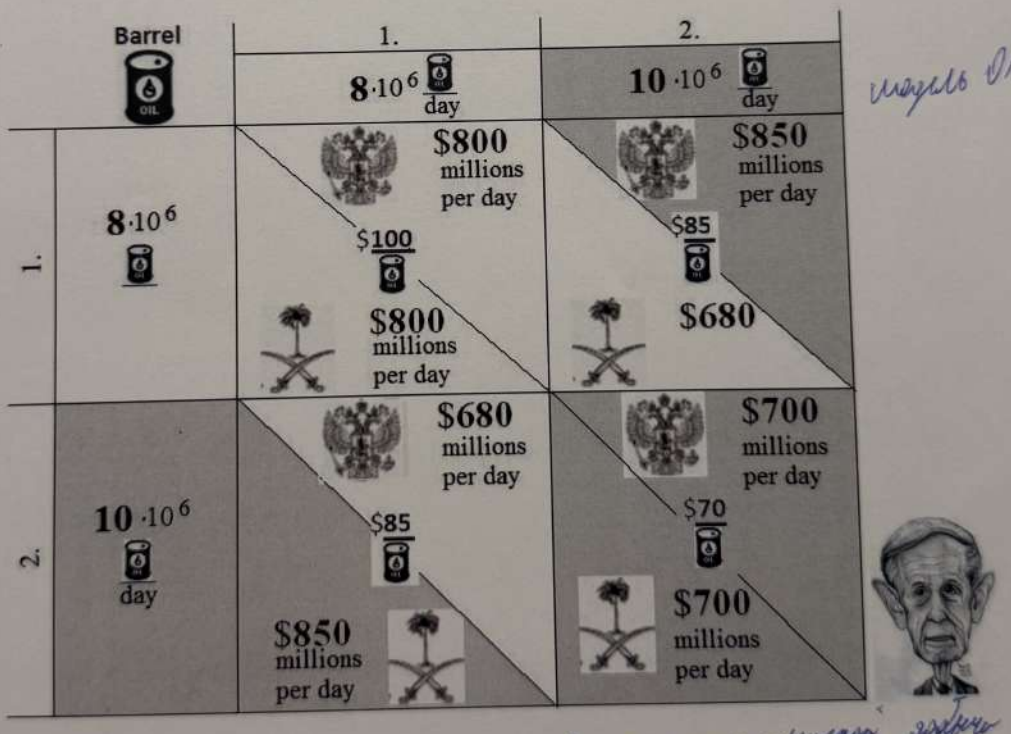






кривая спроса

Цена нефти влияет на решения сторон



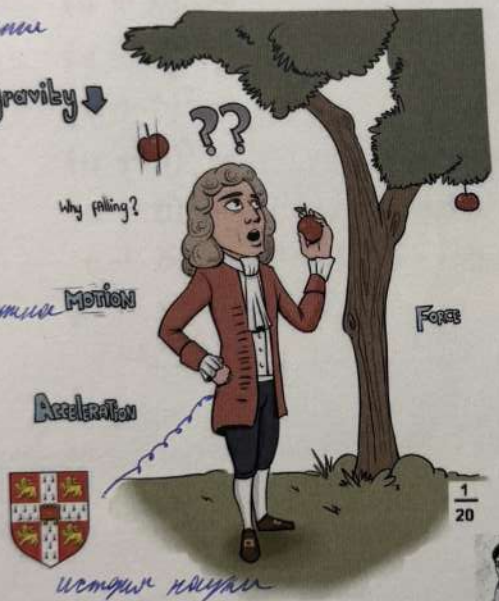
модель ОПЕК

цена зависит от суммарного дохода

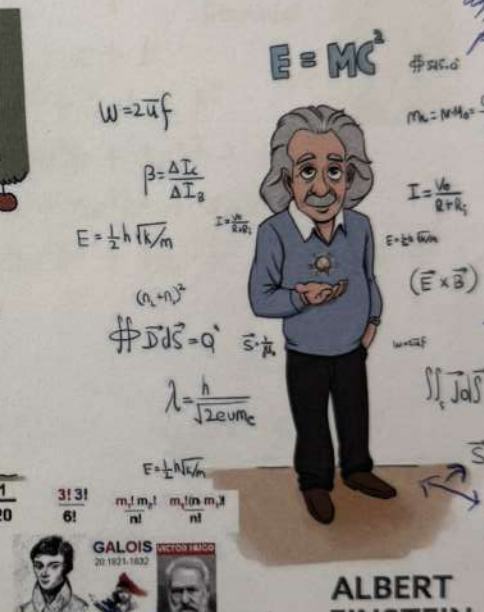
Равновесие Нэша не обязательно является Парето-оптимальным состоянием

School gravity MOTION ==formalism==> University $E=mc^2$

CONCRETE AND ABSTRACT THINKING



ISAAC NEWTON



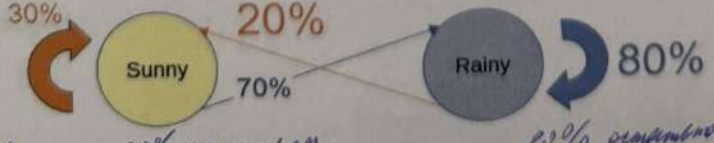
ALBERT EINSTEIN

Motivation: 80% chance of rain

Let A_j be the event of rain at 9am on day j of this term, $1 \le j \le n$

Suppose the events A_j each have probability p, independently

Markoff Chain Probability Model for Oxford Weather

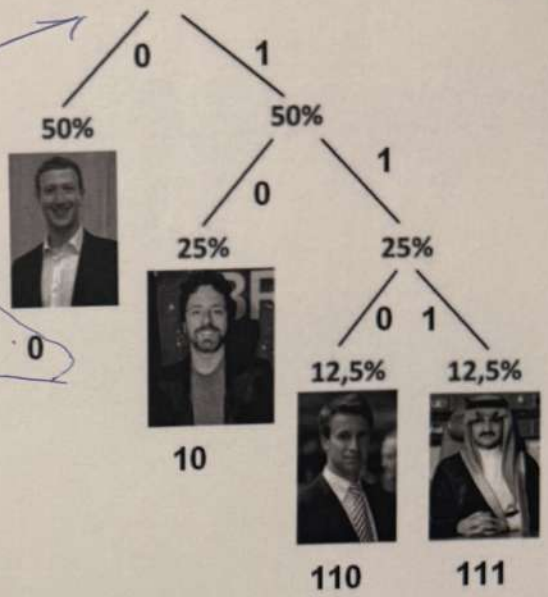


почти готовое кодирование Хаффмана

по битам

Самое вероятное событие — самый короткий код

Основа сжатия данных



Сжатие букв

Мама мыла ра

М - 3 — 30%		1-3 М
а - 4 — 40%		4-7 а
ы -1 — 10%		8 -ы
л - 1 — 10%		9 -л
р - 1 — 10%		10 -р
10		

лламаммар

First-order approximation (symbols independent but with frequencies of Belarusian txt).

Модель нулевого/1-го порядка

пары букв

Мама мыла ра

Ма - 2	22%	1-2 ма
ам - 2	22%	3-4 ам
мы - 1	11%	5 мы
ыл - 1	11%	6 ыл
ла - 1	11%	7 ла
ар - 1	11%	8 ар
ра - 1	11%	9 ра
9		

0. 4 6 7 3 1 9 1 6 7 3 5

ам ыл ла ам ма ра ма ыл ла ам мы

мылла рама

кодирование пар букв

Second-order approximation (digram (2-symbols) structure as in Belarusian)

Да/нет = биты — индекс = ответы на вопросы

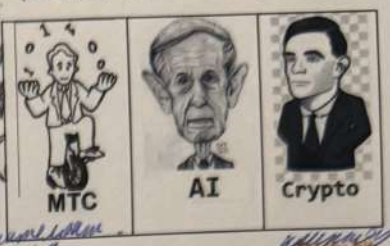
Частые события - короткие коды

Среднее число битов по эр. Шеннона

Как надежно передавать информацию через ненадежный канал

David MacKay

Sir Dr. D. MacKay,
University of Cambridge
(22 April 1967 – 14 April 2016)

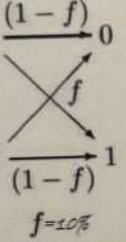


Заслуги, не доходит

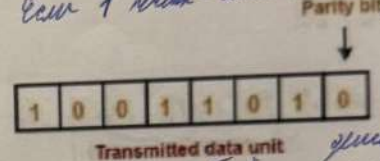
"I believe in clean energy,
but I also believe in mathematics"

Нужно снижать вероятность ошибок

Избыточность



Если 1 бит – ошибка



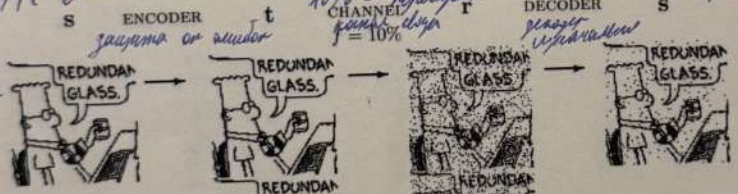
Простой способ обнаружить ошибку

части битов меняются

Binary Symmetric Channel

модель канала

Схема Шеннона



Majority Vote голосование большинством

Source sequence s	Transmitted sequence t
0	000
1	111

The repetition code R_3

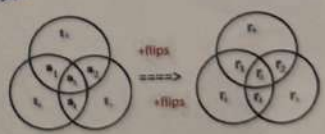
source message s	0	0	1	0	1	1	0
после кодирования t	000	000	111	000	111	111	000
n	000	001	000	000	101	000	000
r	000	001	111	000	010	111	000
corrected errors		⋆					
undetected errors						⋆	

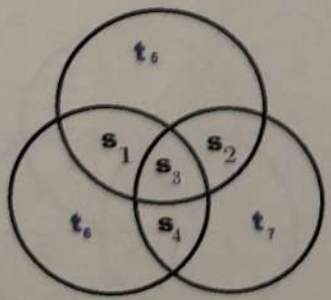
ошибка была, но не исправлена

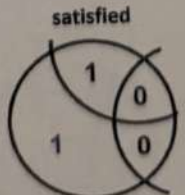
+3 проверочных бита

7.4. Hamming code

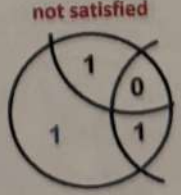
$$\frac{4}{\Sigma} \rightarrow \frac{7}{t}$$



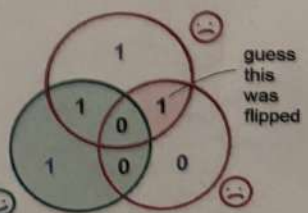




1+1+0+0=0
четные



1+1+0+1=1
нечетные – ошибка

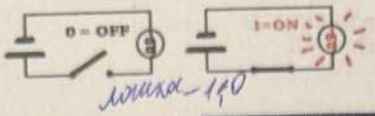


Для каждого бита комбинации нарушенных проверок уникальны

parity bit — умеет замечать ошибку
Repetition code — умеет исправлять некоторые ошибки
Hamming — находит конкретный бит и исправляет

Massachusetts Institute of Technology (MIT)

Lecture by Pr. Bob Gallagher
Boole (1815-1864) & **Shannon** (1916-2001)



лампа – 1,0

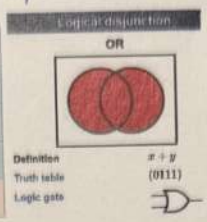
и то и то — или

Logical addition (disjunction)

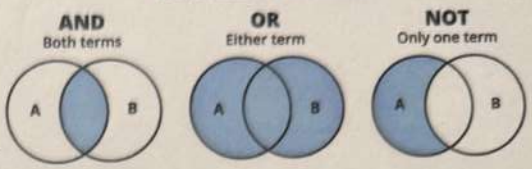
OR
дизъюнкция

A	B	F=A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

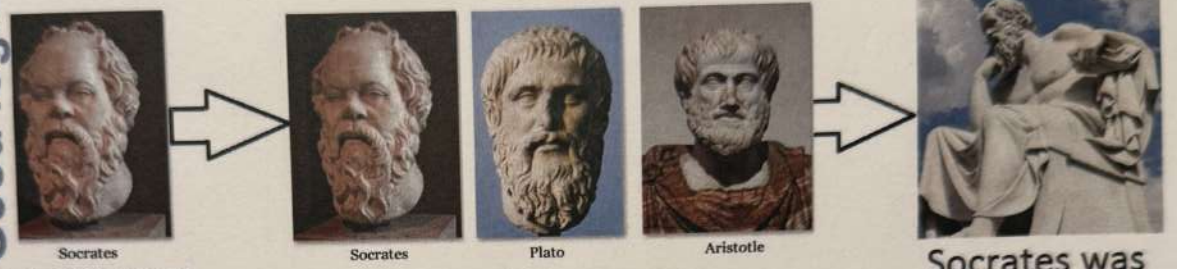
A	B	$A \vee B$
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False



BOOLEAN LOGIC



Good logic



Socrates was a philosopher

$S \in \Phi$

philosophers are men

$\Phi \in A$

Socrates was a man

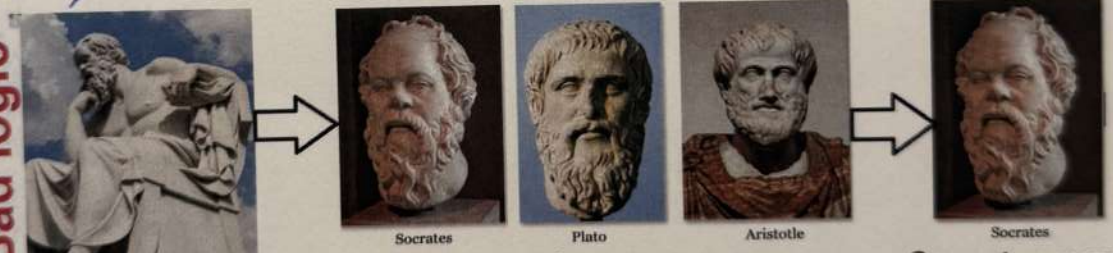
$S \in A$

Сократ принадлежит множеству философов

Все ф. – люди

Сократ – все люди

Bad logic



Socrates was a man

$S \in A$

не все сократ человек

philosophers are men

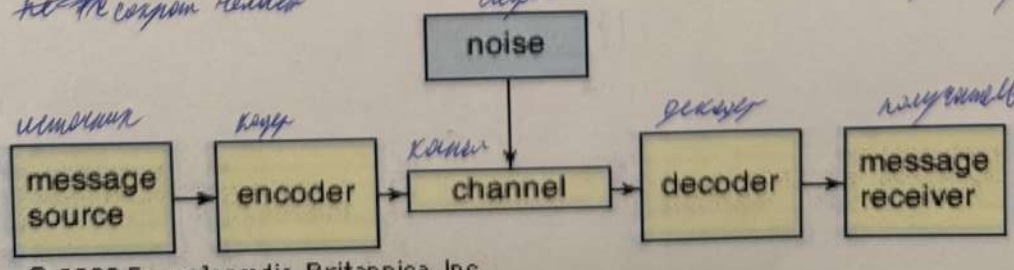
$\Phi \in A$

философы люди

Socrates was a philosopher

$S \in \Phi$

Сократ философ?



источник — кодер — канал — декодер — получатель

© 2000 Encyclopædia Britannica, Inc.

модель шеннона